

$$U_1 = \frac{(U_{bc} - a \cdot U_{ab})}{(1-a)^2}$$

$$\varphi_{AB} = 0 \quad j := \sqrt{-1}$$

$$V_{ca}^2 = V_{ab}^2 + V_{bc}^2 - 2 \cdot V_{ab} \cdot V_{bc} \cdot \cos(\varphi_{BC})$$

$$\cos(\varphi_{CB}) = \frac{V_{ab}^2 + V_{bc}^2 - V_{ca}^2}{2 \cdot V_{ab} \cdot V_{bc}}$$

$$\sin(\varphi_{CB}) = \sqrt{1 - \cos^2(\varphi_{CB})} = \sqrt{1 - \left( \frac{V_{ab}^2 + V_{bc}^2 - V_{ca}^2}{2 \cdot V_{ab} \cdot V_{bc}} \right)^2}$$

$$U_{ab} = V_{ab}$$

учтем, что угол надо развернуть на 180 градусов, т.к. угол вектора BC отличается от угла CB на 180 градусов. Поэтому знак минус

$$U_{bc} = V_{bc} \cdot (\cos(\varphi_{BC}) + j \cdot \sin(\varphi_{BC})) = -V_{bc} \cdot (\cos(\varphi_{CB}) + j \cdot \sin(\varphi_{CB}))$$

$$U_{bc} = -V_{bc} \left[ \frac{V_{ab}^2 + V_{bc}^2 - V_{ca}^2}{2 \cdot V_{ab} \cdot V_{bc}} + j \cdot \sqrt{1 - \left( \frac{V_{ab}^2 + V_{bc}^2 - V_{ca}^2}{2 \cdot V_{ab} \cdot V_{bc}} \right)^2} \right]$$

$$\text{Обозначим для простоты } \cos \varphi_{CB} = \cos(\varphi_{CB})$$

$$U_{bc} = -V_{bc} \left( \cos \varphi_{CB} + j \cdot \sqrt{1 - \cos^2 \varphi_{CB}} \right)$$

$$U_a := 100$$

$$U_b := 10 \cdot e^{j \cdot 4 \frac{\pi}{3}}$$

$$U_c := 30 \cdot e^{j \cdot 2 \frac{\pi}{3}} \quad a := e^{j \cdot 2 \frac{\pi}{3}} = -0.5 + 0.866i$$

$$V_{ab} := |U_a - U_b| = 105.357 \quad U_{ab} := U_a - U_b$$

$$V_{bc} := |U_b - U_c| = 36.056 \quad U_{bc} := U_b - U_c$$

$$V_{ca} := |U_c - U_a| = 117.898 \quad U_{ca} := U_c - U_a$$

$$U_1 := \frac{1}{3} |U_a + a \cdot U_b + a^2 \cdot U_c| = 46.667 \quad \frac{(U_{bc} - a \cdot U_{ab})}{(1-a)^2} = 46.667$$

$$\cos \varphi_{CB} := \frac{V_{ab}^2 + V_{bc}^2 - V_{ca}^2}{2 \cdot V_{ab} \cdot V_{bc}} \quad \left| \frac{[-V_{bc} \cdot (\cos \varphi_{CB} + j \cdot \sqrt{1 - \cos^2 \varphi_{CB}}) - a \cdot V_{ab}]}{(1-a)^2} \right| = 46.667$$

$$U_1 = \frac{\left[ -V_{bc} \cdot \left( \cos\varphi_{CB} + j \cdot \sqrt{1 - \cos^2\varphi_{CB}} \right) - a \cdot V_{ab} \right]}{(1 - a)^2}$$

$$a = e^{j \cdot 2 \frac{\pi}{3}} = \cos\left(2 \frac{\pi}{3}\right) + j \cdot \sin\left(2 \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2} + j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$U_1 = \frac{\left[ -V_{bc} \cdot \left( \cos\varphi_{CB} + j \cdot \sqrt{1 - \cos^2\varphi_{CB}} \right) - \left( -\frac{1}{2} + j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \cdot V_{ab} \right]}{\left[ 1 - \left( -\frac{1}{2} + j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \right]^2} = \frac{\left[ -V_{bc} \cdot \left( \cos\varphi_{CB} + j \cdot \sqrt{1 - \cos^2\varphi_{CB}} \right) - \left( -\frac{1}{2} + j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \cdot V_{ab} \right]}{\left( \sqrt{3} \cdot e^{-j \cdot \frac{\pi}{6}} \right)^2} = \frac{\left[ -V_{bc} \cdot \left( \cos\varphi_{CB} + j \cdot \sqrt{1 - \cos^2\varphi_{CB}} \right) - e^{j \cdot \frac{2\pi}{3}} \cdot V_{ab} \right]}{3 \cdot e^{-j \cdot \frac{\pi}{3}}}$$

$$U_1 = -\frac{V_{ab} \cdot e^{\frac{\pi \cdot j}{3}}}{3} - \frac{V_{bc} \cdot \cos\varphi_{CB} \cdot e^{\frac{\pi \cdot j}{3}}}{3} - \frac{V_{bc} \cdot j \cdot e^{\frac{\pi \cdot j}{3}} \cdot \sqrt{1 - \cos^2\varphi_{CB}}}{3} = \frac{V_{ab}}{3} - \frac{V_{bc} \cdot \cos\varphi_{CB} \cdot e^{\frac{\pi \cdot j}{3}}}{3} - \frac{V_{bc} \cdot e^{\frac{5\pi \cdot j}{6}} \cdot \sqrt{1 - \cos^2\varphi_{CB}}}{3}$$

$$U_1 = \frac{V_{ab}}{3} - \frac{V_{bc} \cdot \cos\varphi_{CB} \cdot e^{\frac{\pi \cdot j}{3}}}{3} - \frac{V_{bc} \cdot e^{\frac{5\pi \cdot j}{6}} \cdot \sqrt{1 - \cos^2\varphi_{CB}}}{3}$$

$$e^{\frac{\pi \cdot j}{3}} = \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + j \cdot \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) \quad e^{\frac{5\pi \cdot j}{6}} = \cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) + j \cdot \sin\left(\frac{5\pi}{6}\right)$$

$$U_1 = \frac{V_{ab}}{3} - \frac{V_{bc} \cdot \cos\varphi_{CB} \cdot \left( \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + j \cdot \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) \right)}{3} - \frac{V_{bc} \cdot \left( \cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) + j \cdot \sin\left(\frac{5\pi}{6}\right) \right) \cdot \sqrt{1 - \cos^2\varphi_{CB}}}{3}$$

$$U_1 = -\left( \frac{V_{bc} \cdot \sqrt{1 - \cos^2\varphi_{CB}}}{6} + \frac{\sqrt{3} \cdot V_{bc} \cdot \cos\varphi_{CB}}{6} \right) \cdot j + \frac{V_{ab}}{3} - \frac{V_{bc} \cdot \cos\varphi_{CB}}{6} + \frac{\sqrt{3} \cdot V_{bc} \cdot \sqrt{1 - \cos^2\varphi_{CB}}}{6}$$

$$|U_1| = \sqrt{\left( \frac{V_{ab}}{3} - \frac{V_{bc} \cdot \cos\varphi_{CB}}{6} + \frac{\sqrt{3} \cdot V_{bc} \cdot \sqrt{1 - \cos^2\varphi_{CB}}}{6} \right)^2 + \left( \frac{V_{bc} \cdot \sqrt{1 - \cos^2\varphi_{CB}}}{6} + \frac{\sqrt{3} \cdot V_{bc} \cdot \cos\varphi_{CB}}{6} \right)^2}$$

$$|U_1| = \sqrt{\frac{V_{ab}^2}{9} + \frac{V_{bc}^2}{9} - \frac{V_{ab} \cdot V_{bc} \cdot \cos\varphi_{CB}}{9} + \frac{\sqrt{3} \cdot V_{ab} \cdot V_{bc} \cdot \sqrt{1 - \cos^2\varphi_{CB}}}{9}} = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{V_{ab}^2 + V_{bc}^2 - V_{ab} \cdot V_{bc} \cdot \cos\varphi_{CB} + \sqrt{3} \cdot V_{ab} \cdot V_{bc} \cdot \sqrt{1 - \cos^2\varphi_{CB}}}$$

$$|U_1| = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{V_{ab}^2 + V_{bc}^2 - V_{ab} \cdot V_{bc} \cdot \frac{V_{ab}^2 + V_{bc}^2 - V_{ca}^2}{2 \cdot V_{ab} \cdot V_{bc}} + \sqrt{3} \cdot V_{ab} \cdot V_{bc} \cdot \sqrt{1 - \left( \frac{V_{ab}^2 + V_{bc}^2 - V_{ca}^2}{2 \cdot V_{ab} \cdot V_{bc}} \right)^2}}$$

$$|U_1| = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{\frac{V_{ab}^2}{2} + \frac{V_{ca}^2}{2} + \frac{V_{bc}^2}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot V_{ab} \cdot V_{bc} \cdot \sqrt{\frac{(V_{ab} + V_{ca} - V_{bc}) \cdot (V_{ab} - V_{ca} + V_{bc}) \cdot (V_{ca} - V_{ab} + V_{bc}) \cdot (V_{ab} + V_{ca} + V_{bc})}{V_{ab}^2 \cdot V_{bc}^2}}}}$$

$$|U_1| = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{\frac{V_{ab}^2 + V_{ca}^2 + V_{bc}^2}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{(V_{ab} + V_{ca} - V_{bc}) \cdot (V_{ab} - V_{ca} + V_{bc}) \cdot (V_{ca} - V_{ab} + V_{bc}) \cdot (V_{ab} + V_{ca} + V_{bc})}}$$

$$\text{Get_absU1}(V_{ab}, V_{bc}, V_{ca}) := \frac{1}{3} \cdot \sqrt{\frac{V_{ab}^2 + V_{ca}^2 + V_{bc}^2}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{(V_{ab} + V_{ca} - V_{bc}) \cdot (V_{ab} - V_{ca} + V_{bc}) \cdot (V_{ca} - V_{ab} + V_{bc}) \cdot (V_{ab} + V_{ca} + V_{bc})}}$$

$$\text{Get_absU1}(V_{ab}, V_{bc}, V_{ca}) = 46.667 \quad U_1 = 46.667$$